

Министерство образования Российской Федерации
Волгоградский государственный технический университет
Межкафедральная лаборатория информационных технологий
ХТФ
Кафедра химии и технологии переработки эластомеров

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ МНК И МОНК ПРИ ВЫБОРЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ**

Методические указания

Волгоград 2001

УДК 678.04

Использование методов МНК и МОНК при выборе математических моделей дисперсных систем. Методические указания к лабораторной работе/ Сост. А.Н. Гайдадин, И.П. Петрюк: Волгоград. гос. техн. ун-т.– Волгоград, 2001.– 8 с.

В лабораторной работе описана методика проведения подбора типа математической модели и определение его коэффициентов с помощью метода наименьших квадратов и метода относительных наименьших квадратов. Для студентов по направлению 5508 – «Химическая технология и биотехнология», специальности 2506 – «Химическая технология переработки пластмасс и эластомеров» по курсу "Моделирование процессов переработки полимеров», а также для студентов по магистерской программе 5508-15 – «Технология переработки эластомеров».

Библиограф.: 2 назв.

Рецензент С.М. Москвичев

Печатается по решению редакционно-издательского совета Волгоградского государственного технического университета.

© Волгоградский государственный
технический университет, 2001

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Целью настоящей работы является ознакомление с методикой подбора типа математической модели процесса с помощью метода наименьших квадратов или метода относительных наименьших квадратов. Приобретение студентами навыков выбора типа уравнения, приведение его к линейному виду, определению значения коэффициентов, обоснования значений статистических критериев и определения адекватности исследуемой модели.

Задачей студента является овладение теоретическими подходами к использованию метода наименьших квадратов (МНК) или метода относительных наименьших квадратов (МОНК), способами обоснования выбора метода МНК или МОНК в конкретной технологической ситуации, изучение методик приведения исследуемого уравнения к линейному виду и нахождение корней линейного уравнения. В ходе работы студент должен обоснованно выбирать значения статистических критериев и определять адекватность исследуемой модели. Проведения расчетов осуществляется с помощью табличного процессора Excel либо созданного студентом прикладного программного обеспечения.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Процедура метода наименьших квадратов позволяет с высокой точностью определить значения коэффициентов линейного уравнения вида:

$$Y = a + b \cdot x, \quad (1)$$

где значения **a** и **b** представляют искомые коэффициенты уравне-

ния.

Для нахождения значений коэффициентов необходимо иметь массив значений функции отклика Y в зависимости от переменной x не менее чем в 10 точках. Расчет коэффициентов a и b с помощью метода МНК проводится по формулам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad (2)$$

$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (3)$$

Расчет коэффициентов a и b с помощью метода МОНК проводится по формулам:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} \right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i} \right)^2 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i} \right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} \right)^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i} \right)^2 - \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i^2} \right) \right]^2}, \quad (4)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} \right)^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i} \right) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} \right) \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i^2} \right)}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y_i} \right)^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i} \right)^2 - \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{y_i^2} \right) \right]^2}. \quad (5)$$

3. ХОД РАБОТЫ

1) Подготовить экспериментальные данные и получить допуск на проведение лабораторной работы у преподавателя.

2) Обосновать использование МНК либо МОНК.

3) По экспериментальным данным построить график исследуемой зависимости. По типу графика выбрать уравнения, предположительно описывающие экспериментальную кривую. При необходимости привести уравнение к линейному виду.

Пример:

- уравнение вида $Y = a + b/T^2$ не линейно. Приведение осуществляется за счет замены аргумента ($1/T^2$) на значение X . В этом случае для реализации методов МНК или МОНК получено линейное уравнение $Y = a - b \cdot X$, корни которого находят по известному алгоритму.
- уравнение вида $Y = a \cdot \exp(-b \cdot x)$ не линейно. Приведение осуществляется в две стадии. На первой стадии проводится логарифмирование левой и правой частей уравнения. В результате $\ln(Y) = \ln(a) - b \cdot x$. При замене $\ln(Y)$ на Y^1 приведенное, $\ln(a)$ на A^1 приведенное получаем линейное уравнение $Y^1 = A^1 - b \cdot x$. В дальнейшем реализуются МНК либо МОНК для приведенных величин. Для использования первоначального уравнения приведенные коэффициенты преобразуются.

4) По полученным данным с использованием МНК либо МОНК заполнить таблицу 1.

Таблица 1.

Натуральные и приведенные значения показателей.

Значения	Значения	Приведенные	Приведенные
----------	----------	-------------	-------------

аргумента	функции	значения аргумента	значения функции
1	2	3	4

5) Провести расчет значений сумм аргументов и функций для МНК либо МОНК и заполнить таблицу 2.

Таблица 2.

Значения сумм функций и аргументов.

Для метода наименьших квадратов				Для метода относительных наименьших квадратов				
X	X ²	Y	X*Y	1/Y	(X/Y ²)	(X/Y) ²	(X/Y)	(1/Y) ²
1	2	3	4	5	6	7	8	9

6) Рассчитать значения коэффициентов линейного уравнения по методикам МНК либо МОНК.

7) В случае использования приведенных значений, преобразовать полученные коэффициенты в коэффициенты первоначального уравнения.

8) Определить расчетные значения исследуемой функции и заполнить таблицу 3.

Таблица 3.

Сравнение экспериментальных и расчетных значений.

Экспериментальные значения функции	Расчетные значения функции	Относительное отклонение, %
1	2	3

Сделать выводы о соответствии выбранной модели изучаемому процессу

9) Определить значения критерия Фишера для исследуемого процесса. Оценить адекватность математической модели.

10) По проделанной работе написать выводы, подготовить отчет.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1) Терминология, алгоритм и особенности применения МНК в химической технологии и биотехнологии.

2) Терминология, алгоритм и особенности применения МОНК в химической технологии и биотехнологии.

3) Сущность и назначение приведения уравнения к линейному виду. Понятие и особенности использования приведенных коэффициентов.

4) Назначение статистических критериев, обоснование величины степени надежности, оценка адекватности математической модели.

5) Обоснование отличий в использовании МНК и МОНК при моделировании технических объектов.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1) Зельдович Я.Б., Мышкиц А.Д. Элементы прикладной математики.–М: Наука, 1972.– 208 с.

2) Тябин Н.Б., Голованчиков А.Б. Методы кибернетики в реологии и химической технологии.– Волгоград, Волгоградский политехнический институт, 1983.– 104 с.

