

Министерство высшего и среднего специального образования  
РСФСР

Волгоградский ордена Трудового Красного Знамени политехнический  
институт

Кафедра химии и технологии переработки эластомеров

Лабораторная работа № I  
Дисперсионный анализ  
Методические указания

Волгоград 1987

**Дисперсионный анализ.**

Методические указания к лабораторной работе.

/Состав.: В.Ф.Каблов, А.Н.Гайдадин, В.П.Шевчук, научный редактор А.М.Огень, - Волгоград, ВолгПИ, 1987/

В лабораторной работе описана процедура проведения одно- и двухфакторного дисперсионного анализа.

Для студентов специальности С812 "Технология резины" /дневной и вечерней форм обучения/ по курсу "Применение ЭРМ в химической технологии".

**1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

Целью работы является ознакомление с процедурой проведения дисперсионного анализа (ДА) по результатам эксперимента и определение значимости влияния факторов на свойства технического объекта.

**2. ПОДГОТОВКА К РАБОТЕ**

ДА проводится с целью определения влияния внешних факторов на свойства технического объекта. При оценке влияния нескольких факторов обычно поступают следующим образом: варьируют один или два фактора, проводя одно- или двухфакторный анализ, а остальные факторы фиксируют на постоянном уровне.

Для упрощения расчетов примем постоянным число параллельных опытов на каждом уровне. При проведении ДА определяют оценки дисперсии изучаемых факторов и факторов, связанных с ошибкой опыта. Влияние факторов считается значимым, если выполняется условие:

$$\frac{s_A^2}{s_{om}^2} > F_{табл.},$$

где  $s_A^2$  - оценка дисперсии фактора А,  
 $s_{om}^2$  - оценка дисперсии случайных факторов,  
 $F_{табл.}$  - значение критерия Фишера для выбранной значимости и с учетом степеней свободы оценок дисперсии.

**3. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА**Пусть проведена однофакторный ДА, причем фактор А варьируется на  $p$  уровнях, число параллельных опытов на каждом уровне  $n$ , общее число опытов  $N = p \cdot n$ .В качестве примера рассмотрим влияние фактора А на уровнях 0, 20, 30, 60 ( $p=4$ ), число параллельных опытов  $n = 5$ . Дисперсионный анализ проводят в такой последовательности:

1) Результаты эксперимента представляют в виде таблиц (табл. 3.1).

2) Рассчитывают общее среднее по всем опытам  $\bar{y}$  и среднее по уровням каждого фактора  $y_i$ .

3) С использованием таблицы ДА рассчитывают суммы  $SS_A, SS_B, SS_C$  и соответствующие оценки дисперсий (табл. 3.2).

4) Сравнивают оценки дисперсий по критерию Фишера. Если

$$s_A^2 / s_{\text{ост}}^2 > F_{\text{табл}}, \quad (3.1)$$

то различие в дисперсиях значимо и действие фактора следует признать значимым.

Таблица 3.1

Результаты эксперимента  
при проведении дисперсионного анализа

Номер опыта	Уровни фактора А			
	$a_1$ j=1	$a_2$ j=2	$a_3$ j=3	$a_4$ j=4
1	12	15	34	26
2	9	16	31	25
3	15	15	20	32
4	13	9	25	29
5	11	13	26	30
Среднее значение	12	13,6	27	28,4

Среднее значение для каждого столбца определяется по формуле:

$$y_i = \frac{Y_j}{n} \quad (3.2)$$

Таблица 3.2

Формулы для однофакторного ДА

Источник дисперсии	Сумма квадратов	Степени свободы	Оценки дисперсий
Различие между уровнями	$SS_A = n_i \sum_{j=1}^p (Y_j - \bar{Y})^2$	p-1	$s_A^2 = \frac{SS_A}{p-1}$
Различие внутри уровней	$SS_o = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^{n_i} (Y_{ij} - Y_i)^2$	N-p	$s_o^2 = \frac{SS_o}{N-p}$
Сумма	$SS = \sum_{i=1}^p (Y_{ij} - \bar{Y})^2$	N-1	$s^2 = \frac{SS}{N-1}$

Значимость различия между отдельными уровнями может быть определена по критерию Стьюдента. Различия считаются значимыми, если выполняется соотношение:

$$t = \frac{|Y_1 - Y_2| \sqrt{N}}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}} > t(f)_{\text{табл.}}, \quad (3.3)$$

где  $t(f)$  табл. - значение критерия Стьюдента для выбранного уровня значимости.

Проведение дисперсионного анализа рассмотрим на примере. По результатам эксперимента составим таблицу 3.1. Общее среднее таблицы равно:

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_{ij}}{n \cdot m} = \frac{406}{20} = 20,03;$$

$$s_A^2 = \frac{SS_1}{N-1} = \frac{1135}{5} = 227,0;$$

$$s_{\text{ом}}^2 = \frac{SS_2}{n - p} = \frac{203,5}{16} = 12,7;$$

$$F_{\text{расч.}} = \frac{s_A^2}{s_{\text{ом}}^2} = \frac{378,3}{12,7} = 29,8.$$

Для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  и числа степеней свободы  $K_1 = 4 - 1 = 3$  и  $K_2 = 4(5 - 1) = 16$  табличное значение критерия Фишера 3,24. Так как

$$F_{\text{расч.}} > F_{\text{табл.}},$$

различия в сравниваемых дисперсиях принимаются значимыми, уровень фактора оказывает значительное влияние на свойство.

#### 4. ДВУХФАКТОРНЫЙ ДА

Пусть определяется влияние фактора А на  $p$  уровнях и фактора В на  $q$  уровнях при  $p$  параллельных опытах на свойство  $Y$ .

В этом случае дисперсионный анализ проводят в такой последовательности:

- 1) По результатам опытов заполняют таблицу дисперсионного анализа для уровней А и В (таблица 4.1).
- 2) Определяют сумму наблюдений и сумму квадратов наблюдений по столбцам и строкам.
- 3) Сумму квадратов для столбца определяют по формуле

$$SS_A = SS_2 - SS_4, \quad (4.1)$$

где  $SS_2$  - сумма квадратов по столбцам, деленная на число опытов в столбце;

$SS_4$  - квадрат общего итога, деленный на число всех опытов. Сумму квадратов для строки определяют по формуле

$$SS_B = SS_3 - SS_4, \quad (4.2)$$

где  $SS_3$  - сумма квадратов по строкам, деленная на число опытов в строке.

- 4) Определяют остаточную сумму квадратов отклонений

$$SS_{AB} = SS_{\text{общ}} - SS_A - SS_B - SS_{\text{ом}}, \quad (4.3)$$

где  $SS_{\text{общ}}$  - общая сумма квадратов,

$$SS_{\text{общ}} = SS_1 - SS_A,$$

(4.4)

где  $SS_1$  - сумма квадратов всех опытов;

$SS_{\text{ом}}$  - дисперсия случайных факторов,

$$SS_{\text{ом}} = SS_1 - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p Y_{ij}^2}{n}.$$

(4.5)

- 5) С использованием таблицы 4.2 определяют значимость влияния факторов А и В и эффекта взаимодействия факторов.

Если выполняются соотношения

$$\frac{s_A^2}{s_{\text{ом}}^2} > F_{\text{табл.}}, \quad \frac{s_B^2}{s_{\text{ом}}^2} > F_{\text{табл.}},$$

влияние факторов А и В считается значимым.

Если выполняется условие

$$\frac{s_{AB}^2}{s_{\text{ом}}^2} > F_{\text{табл.}},$$

то влияние эффекта взаимодействия факторов А и В считается значимым.

#### 5. ХОД РАБОТЫ

- 1) По экспериментальным данным составить таблицу однофакторного дисперсионного анализа (табл. 3.1). Занести таблицу в лабораторный журнал.

2) Ввести по имени программу расчета однофакторного дисперсионного анализа.

3) Определить значимость влияния фактора для заданного уровня надежности. Результаты занести в лабораторный журнал.

4) Составить таблицу двухфакторного дисперсионного анализа (табл. 4.1). Занести таблицу в лабораторный журнал.

5) Ввести по имени программу расчета двухфакторного дисперсионного анализа.

6) Оценить значимость влияния первого и второго факторов и эффекта взаимодействия факторов. Результаты занести в лабораторный журнал.

Таблица 4.1  
Результаты эксперимента для проведения  
двухфакторного дисперсионного анализа

Уровни фактора В	Уровни фактора А				
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>	
b <sub>1</sub>	13,2 13,3	4,7 5,8	53,4 48,3	13,6 13,2	166,1
b <sub>2</sub>	18,9 21,0	19,8 17,9	14,0 13,2	9,5 8,6	122,1
b <sub>3</sub>	7,3 8,5	38,2 37,7	5,1 5,3	54,4 55,2	212,3
b <sub>4</sub>	20,0 20,8	60,1 60,9	19,6 18,5	58,2 59,7	317,8
Итого	122,8	245,1	178,0	818,3	

Таблица 4.2  
Формулы для двухфакторного ДА

Источник дисперсии	Сумма квадрат.	Степени свободы	Оценки дисперсии
Влияние фактора А	SS <sub>A</sub>	p - 1	$S_A^2 = \frac{SS_A}{(p - 1)}$
Влияние фактора В	SS <sub>B</sub>	q - 1	$S_B^2 = \frac{SS_B}{(q - 1)}$
Взаимодейст. факторов А и В	SS <sub>AB</sub>	(p-1)(q-1)	$S_{AB}^2 = \frac{SS_{AB}}{(p-1)(q-1)}$
Различия внутри ячеек	SS <sub>0</sub>	N - pq	$S_0^2 = \frac{SS_{0вн}}{(N - pq)}$
Сумма	SS	N - 1	

Необходимые имена необходимых программ:  
однофакторный дисперсионный анализ АРМ I20  
двухфакторный дисперсионный анализ АРМ I21

Порядок работы с микроЭЕМ "Искра I256".

- Ввод программы осуществляется командой  
Ввод П ("имя программы",) пуск,  
при необходимости ввода ближайшей программы указывается команда  
Ввод П (,) пуск.  
Если программа введена в ОЗУ, на экране дисплея высвечивается символ ":".  
Если программа не введена, то на экране высвечивается сообщение об ошибке с указанием кода ошибки. В этом случае необходимо стереть информацию из ОЗУ, возвратиться на одну программу назад и повторить ввод. Стирание программы осуществляется командой сброс пуск.  
Оператор пропуска зон: F (5 (3,1)).
- Запуск программы в режиме счета осуществляется командой:  
Счет пуск.
- При работе с программой пользователь после ответа на каждый вопрос указывает команду пуск.

#### 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- Для чего проводится ДА?
- Что может служить факторами при ДА?
- Как проводится однофакторный ДА?
- Как проводится двухфакторный ДА?
- Как определяется значимость влияния факторов и эффекта взаимодействия?
- Как определяется различие между значениями идеальных уровней факторов (значениями двух средних)?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Конспект лекций по дисциплине "Применение ЭВМ в химической технологии".
2. С. Л. Ахназарова, В. В. Кафаров. Оптимизация эксперимента по химии и химической технологии. - М.: Высшая школа. 1978- 317с.
3. Л. Длин. Факторный анализ на производстве. М.: Высшая школа. 1972.
4. А. П. Лисенков. Математические методы планирования многофакторных медико-биологических экспериментов. - М.: Медицина, 1979, 344с.

План уч.-метод. документ. 1987г., поз 39-в  
Составители: В.Ф. Каблов, А.Н. Гайдадин, В.П. Шевчук  
Дисперсионный анализ.

Методические указания к лабораторной работе.

Редактор Л.Н. Голованова

Подписано в печать 04.11.87 г. . формат 60x84 1/16.

бумага газетная. Печать плоская. Усл.-печ. л.0,5.

Уч.-изд. л.0,45.т. 200 экз.заказ № 630. Бесплатно

Межвузовский роталитный участок Волгоградского ордена

Трудового Красного Знамени политехнического института

Волгоград-66, ул.Советская, 35.

План уч.-метод. документ. 1987г., поз 39-в  
Составители: В.Ф. Каблов, А.Н. Гайдадин, В.П. Шевчук  
Дисперсионный анализ.

Методические указания к лабораторной работе.

Редактор Л.Н. Голованова

Подписано в печать 04.11.87 г. . формат 60x84 1/16.

бумага газетная. Печать плоская. Усл.-печ. л.0,5.

Уч.-изд. л.0,45.т. 200 экз.заказ № 630. Бесплатно

Межвузовский роталитный участок Волгоградского ордена

Трудового Красного Знамени политехнического института

Волгоград-66, ул.Советская, 35.