ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ЛАБОРАТОРИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ХТФ
КАФЕДРА ХИМИИ И ТЕХНОЛОГИИ ПЕРЕРАБОТКИ ЭЛАСТОМЕРОВ

А.Н. Гайдадин, С.А. Ефремова, Н.Н.Бакумова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Методические указания

Волгоград
2008

УДК 678.04

Р е ц е н з е н т

профессор кафедры «Промышленная экология и безопасность жизнедеятельности»
А.Б. Голованчиков

Издается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

Определение параметров функции случайной величины / сост. А.Н.Гайдадин, С.А.Ефремова, Н.Н.Бакумова; ВолгГТУ. – Волгоград, 2008. – 16 с.

В методических указаниях описана процедура вычисления параметров статистических функций случайной величины. Для студентов по направлениям 240100 «Химическая технология и биотехнология», 260100 «Технология продуктов питания», специальности 240502 «Технология переработки пластических масс и эластомеров», а также для студентов, обучающихся по магистерским программам 240115 «Технология переработки эластомеров» и 240110 «Химическая технология высокомолекулярных соединений».

Введение

Эффективность оценки результатов исследований зависит от качества проведенных экспериментов. При оценке достоверности и воспроизводимости эксперимента необходимо выделить и удалить грубые ошибки, случайные отклонения, провести оценку и сравнения дисперсий выборок по имеющимся критериям подобия. В этом случае задачей исследователя является не только обоснованный выбор схемы эксперимента, но и грамотное определение значений критериев подобия, параметров функции случайной величины свойств изучаемой системы.

1.Цель и задачи лабораторной работы

Целью лабораторной работы является ознакомление студентов с параметрами функции случайной величины исследуемого объекта. Студентами должны быть изучены правила проверки согласия теоретического распределения с опытным, а также правила определения статистических характеристик по выборочным данным.

В ходе лабораторной работы студент должен овладеть навыками использования графических и численных критериев подобия для проверки согласия теоретического распределения с опытным. Кроме того, студентами должны быть освоены методы определения интервального оценивания среднего значения, дисперсии выборки, а также методы сравнения дисперсий и средних для двух или трех выборок.

2. Теоретические основы

2.1 Проверка однородности выборки

В результате воздействия внешних факторов (поломка прибора, недосмотр экспериментатора) результат эксперимента может резко отличаться по величине от других. Наличие грубых ошибок в выборке значений случайной величины нарушает характер распределения, изменяет его параметры, другими словами — нарушает однородность наблюдений. Поэтому выявление грубых ошибок можно трактовать как проверку однородности наблюдений [1].

Однородность выборки можно определить по v-критерию. Имеется выборка $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ значений случайной величины X. пусть x_{max} (x_{min}) — наибольший (наименьший) результат измерения. Вычисляют следующие значения:

$$v = \frac{x_{max} - \overline{x}}{S\sqrt{\frac{n-1}{n}}} \qquad\qquad v' = \frac{\overline{x} - x_{min}}{S\sqrt{\frac{n-1}{n}}} \qquad (1)$$

Данные величины имеют специальное распределение, зависящее от числа степеней свободы $f=n-2$. Величина x_{max} (x_{min}) исключается из выборки как грубое измерение (на уровне значимости р), если определенное по формулам значение v или v' окажется больше табличного значения.

2.2 Проверка гипотезы о принадлежности выборки к генеральной совокупности, распределенной по нормальному закону

Применение критерия проверки отклонения от нормального распределения необходимо во всех случаях, когда есть сомнение, нормально ли распределены наблюдения. Необязательно использовать проверку гипотезы в том случае, если есть теоретические обоснования, подтверждающие гипотезу, либо если гипотезу считают приемлемой согласно априорной информации.

Существуют различные критерии проверки отклонения от нормальности, если о выборке нет дополнительной информации, рекомендуется сначала построить нормальный вероятностный график (кумулятивную функцию). Этот метод позволяет видеть насколько близко данное распределение к нормальному. Графическое представление нельзя рассматривать как строгий критерий, но даваемая им информация является существенным дополнением к любому другому критерию проверки на отклонение от нормального распределения. В случае отклонения нулевой гипотезы эта информация дает возможность определить тип альтернативной гипотезы.

2.2.1 Графический метод

Кумулятивную функцию распределения наблюденных значений строят на бумаге для нормальных вероятностных графиков [2]. Вертикальная ось имеет нелинейную шкалу, соответствующую площади под стандартной функцией нормального распределения и размечена значениями кумулятивной относительной частоты, другая ось имеет линейную шкалу для упорядоченных значений *X*. Если кумулятивная функция распределения переменной *X* приближается к прямой линии, то распределение переменной *X* будет нормальной. Если выполнено нормирование переменной *X*, линейную шкалу можно заменить логарифмической, обратной или другой шкалой.

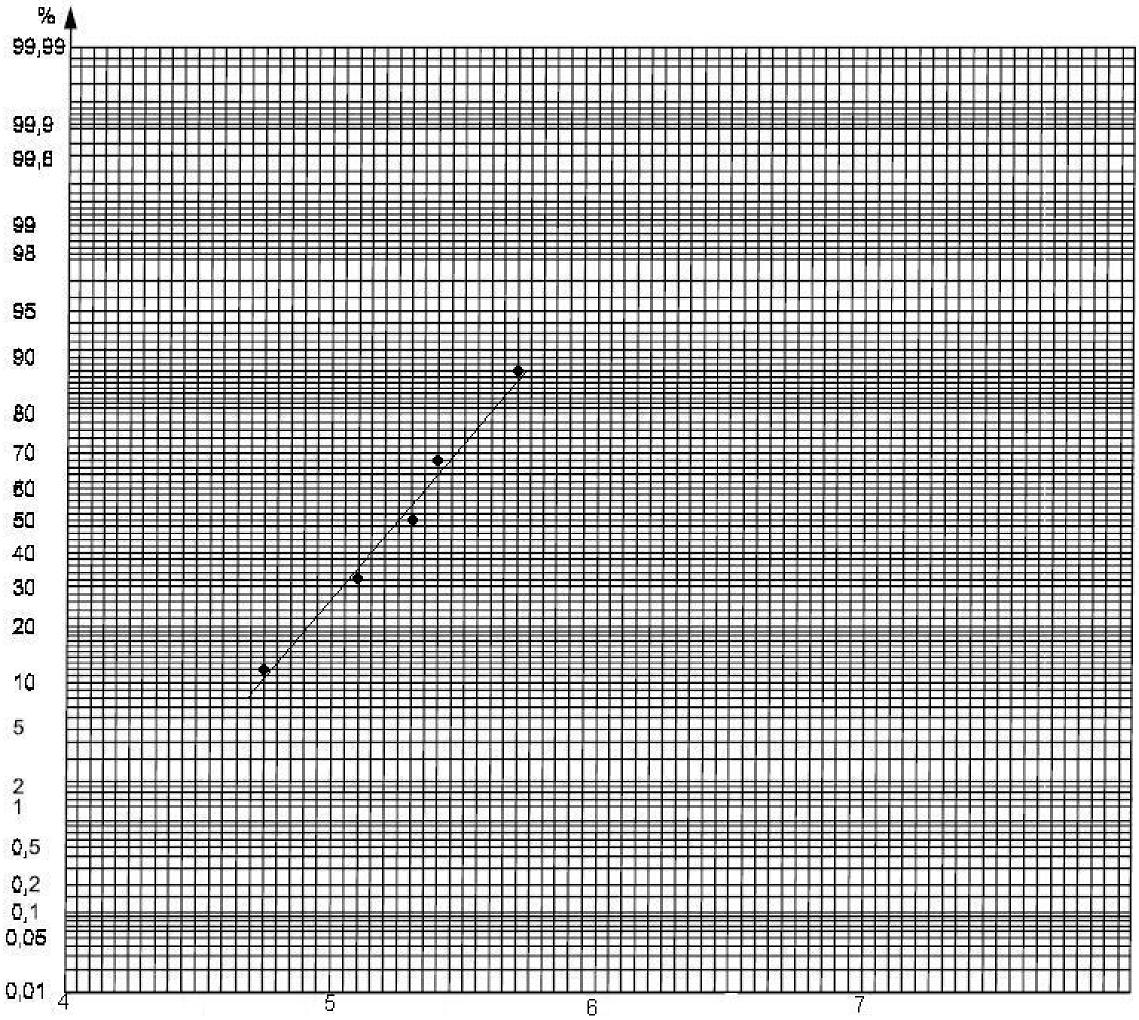

Рисунок 1 - Пример построения кумулятивной функции.

В том случае, если график на бумаге представлен набором точек, которые рассеяны около прямой линии, то это дает первое подтверждение утверждению, что генеральная совокупность, из которой взята выборка, подчиняется нормальному закону распределения.

Если график показывает, что данные подчинены другому распределению, не имеющему отношение к нормальному, то в некоторых случаях к нормальному распределению можно перейти с помощью специального преобразования. Иногда график может показывать, что данные не подчиняются простому однородному распределению, а скорее всего принадлежат смеси двух или нескольких однородных подсовокупностей, то рекомендуется выявить подсовокупности и анализ каждой из них проводить отдельно [2].

Графическая процедура состоит в расположении наблюдаемых значений (x_1, x_2,…, x_k, ..., x_n) в неубывающем порядке и нанесении значений вероятности P_k, рассчитанных по формуле:

$$P_k = (k - 3/8)/(n + 1/4), \tag{2}$$

Графический метод не является критерием на отклонение от нормального распределения в строгом смысле, для более точной проверки используются другие методы, например, критерий Колмогорова.

2.2.2 Критерий согласия Колмогорова

Критерий согласия Колмогорова применяется для проверки правильности подбора теоретического распределения случайной величины. Для его применения определяется наибольшее отклонение выборочной (опытной, эмпирической, экспериментальной) функции распределения $F_n(x)$ от генеральной (теоретической) функции распределения F(x):

$$D = max\,|\,F_n(x) - F(x)\,|, \tag{3}$$

после этого вычисляют значение $л = D\sqrt{n}$, которое сравнивают с определяемым с помощью таблицы квантилей распределения критерия Колмогорова значением λ_{1-p}, соответствующее доверительной вероятности *1-p*. Если $\lambda \geq \lambda_{1-p}$, то нулевая гипотеза о нормальности выборки отклоняется или считается сомнительной, в противном случае гипотеза принимается [3].

2.3 Оценка математического ожидания(среднего значения) при неизвестной дисперсии

При оценивании математического ожидания m_x предполагается, что статистические и исходные данные подчиняются нормальному закону распределения.

Для интервального оценивания среднего значения используется критерий Стьюдента [4].

Двусторонний симметричный доверительный интервал для математического ожидания рассчитывается по формуле:

$$\bar{x} - \frac{t_{1-p/2}}{\sqrt{n}} S \leq m_x \leq \bar{x} + \frac{t_{1-p/2}}{\sqrt{n}} S, \tag{4}$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_k$ - точечная оценка математического ожидания;

$S = \sqrt{\frac{\sum (x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$ - среднее стандартное (среднеквадратичное) отклонение;

$t_{1-p/2}$- квантиль распределения Стьюдента со степенью свободы $f=n-1$.

Аналогичным образом определяются односторонние доверительные интервалы:

$$m_x \leq \bar{x} + \frac{t_{1-p}}{\sqrt{n}} S \qquad\qquad m_x \geq \bar{x} - \frac{t_{1-p}}{\sqrt{n}} S. \tag{5}$$

2.3 Оценка дисперсии выборки

Точечная оценка дисперсии σ^2 и стандартного отклонения σ генеральной совокупности определяется по формулам [4]:

$$y^2 = S^2 = \frac{\sum (x_k - \bar{x})^2}{n-1} \qquad y = \sqrt{S^2} \tag{6}$$

Двусторонний доверительный интервал для дисперсии σ^2:

$$\frac{\sum(x_k - \bar{x})^2}{ч^2_{1-p/2}} \le y^2 \le \frac{\sum(x_k - \bar{x})^2}{ч^2_{p/2}}, \tag{7}$$

где $ч^2_{1-p/2}$, $ч^2_{p/2}$ - квантили χ^2 распределения с f=n-1 степенями свободы уровня *1-p/2* и *p/2* соответственно. Значения границ доверительного интервала стандартного отклонения σ являются корнем квадратным из значений границ доверительного интервала дисперсии.

2.4 Сравнение двух дисперсий

Для сравнения двух дисперсий используют критерий Фишера:

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} < \frac{1}{F_{1-p/2}(f_2, f_1)} \quad \text{или} \quad \frac{S_1^2}{S_2^2} < F_{1-p/2}(f_1, f_2), \tag{8}$$

где S_1^2, S_2^2 - оценки дисперсии соответствующей выборки;

$F_{1-p/2}(f_1, f_2)$ – квантиль распределения Фишера с степенями свободы $f_1=n_1-1$ и $f_2=n_2-1$ уровня *1-p/2.*

Если неравенства выполняются, то предположение равенства дисперсии или равенства двух стандартных отклонений (нулевая гипотеза) отвергается, в противном случае дисперсии можно считать одинаковыми.

Предположение о том, что $y_1^2 \le y_2^2$ (нулевая гипотеза) отвергается, если выполняется неравенство

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} > \frac{1}{F_{1-p}(f_1, f_2)}. \tag{9}$$

Аналогичным образом предположение, что $y_1^2 \ge y_2^2$, отклоняется, если $\frac{S_1^2}{S_2^2} < \frac{1}{F_{1-p}(f_2, f_1)}$.

2.5 Сравнение нескольких дисперсий

Нулевую гипотезу о равенстве нескольких дисперсий можно проверить по критерию Бартлета. Гипотеза равенства генеральных дисперсий принимается, если

$$B / C \leq ч^2_{1-p}\,, \tag{10}$$

где $B = 2{,}303(f \cdot lgS_y^2 - \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot lgS_i^2\,)$;

$$C = 1 + \frac{1}{3(n-1)}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{f_i} - \frac{1}{f}\right);$$

$$f = \sum f_i\,; \quad S^2 = \frac{\sum f_i S_i}{f}\,.$$

В данном случае различие между выборочными дисперсиями можно считать незначимым, а сами выборочные дисперсии однородными. Так как всегда С>1, и в случае $B \leq ч^2_{1-p}$, нулевую гипотезу следует принять, в противном случае (если $B > ч^2_{1-p}$), критерий Бартлета вычисляют полностью.

2.6 Сравнение двух средних

Для сравнения между собой двух средних, полученных по выборкам из нормально распределенных генеральных совокупностей, применяется критерий Стьюдента. Пусть заданы две случайные выборки: $x_1,\ldots, x_k,\ldots, x_{n1}$ и $y_1, y_2,\ldots, y_k, \ldots, y_{n2},$ для которых определены оценки математического ожидания $\bar{x}$ и $\bar{y}$, и оценки дисперсии S_x^2 и S_y^2. В случае равных дисперсий ($у_x^2 = у_x^2 = у^2$) гипотезу о равенстве двух средних принимают, если

$$|\,\bar{x} - \bar{y}\,| \leq t_{1-p/2} \cdot S\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}\,, \tag{11}$$

где $t_{1-p/2}$ – квантиль распределения Стьюдента со степенью свободы $f=n_1+n_2-2.$

В том случае, если дисперсии выборок различны, применяют приближенный критерий :

$$|\,\bar{x} - \bar{y}\,| \leq T\,, \tag{12}$$

где $T = \dfrac{v_1 t_{1-p/2}(f_1) + v_2 t_{1-p/2}(f_2)}{\sqrt{v_1 + v_2}}$, где $v_1 = S_x^2 / n_1$, $v_2 = S_y^2 / n_2$, а $t_{1-p/2}(f_i)$- квантили распределения Стьюдента со степенями свободы f_1 и f_2.

Если неравенство выполняется, то гипотеза о равенстве средних принимается.

2.7 Сравнение нескольких средних

При сравнении нескольких средних можно использовать критерий Стьюдента, как было указано выше, проводя сравнение попарно.

Пример. Исследуется значение условной прочности при растяжении (*fp*, МПа) при использовании различных типов пластификатора в резинах на основе СКЭПТ. Экспериментально получены следующие результаты случайной величины *X* для пластификатора ТЭА - 4.75, 5.7, 5.3, 5.4, 5.1;

Проверка однородности выборки.

Определим однородность выборки можно с помощью v-критерия. x_{max}=5,7— наибольший результат измерения. x_{min}=4,75 – наименьший результат. Вычисляют следующие значения:

$$v = \frac{x_{max} - \bar{x}}{S\sqrt{\frac{n-1}{n}}} = \frac{5{,}7 - 5{,}25}{0{,}3536\sqrt{\frac{5-1}{5}}} = 1{,}42$$

$$v' = \frac{\bar{x} - x_{min}}{S\sqrt{\frac{n-1}{n}}} = \frac{5{,}25 - 4{,}75}{0{,}3536\sqrt{\frac{5-1}{5}}} = 1{,}58$$

Табличное значение *v* для числа степеней свободы $f=n-2=5-2=3$ на уровне значимости $p=0{,}05$ равно *1,869* [1]. Величины x_{max} и x_{min} не исключаются из выборки, так как $v<1{,}869$ и $v'<1{,}869$, следовательно, выборка однородна.

Проверка гипотезы нормальности первой выборки.

Графический метод.

Для построения графика расположим значения X в неубывающем порядке и рассчитаем по формуле (2) P. График выборки изображен на рисунке 1. Как видно точки выборки рассеяны около прямой линии, следовательно, можно считать, что генеральная совокупность, из которой взята выборка, подчиняется нормальному закону распределения.

Таблица 1 – Данные для построения вероятностного графика

i	1	2	3	4	5
x	4.75	5.1	5.3	5.4	5.7
P	0.12	0.31	0.5	0.69	0.88

График выборки изображен на рисунке 1. Как видно точки выборки рассеяны около прямой линии, следовательно, можно считать, что генеральная совокупность, из которой взята выборка, подчиняется нормальному закону распределения.

Проверка с помощью критерия Колмогорова.

Данные: 4.75, 5.7, 5.3, 5.4, 5.1;

Среднее значение - $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_k$ =5.25; Дисперсия S^2 = 0,125.

По формуле (3) определим наибольшее отклонение выборочной функции распределения от теоретической функции распределения.

Сведем расчет в таблицу 2.

Таблица 2 - Определение наибольшего отклонения выборочной функции распределения от генеральной

i	x	F_n=(i/n+(i-1/n))/2	$F_x((x-x_{cp})/S)$	$\lvert F_n-F_x \rvert$
1	4,75	0.1	0.08	0.02
2	5,1	0.3	0.3372	0.0372
3	5,3	0.5	0.556	0.056
4	5,4	0.7	0.667	0.033
5	5,7	0.9	0.898	0.002

Рассчитаем коэффициент: λ=0,13. Для p=0, 1 расчетное значение λ_{1-p}=1,36 [1], $\lambda_{1-p} > \lambda$, следовательно, гипотеза о совпадении теоретического закона распределения с выборочным не отвергается.

Оценка математического ожидания.

Объем выборки n=5;

Точечная оценка параметра:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_k = \frac{1}{5}(4{,}75 + 5{,}7 + 5{,}3 + 5{,}4 + 5{,}1) = 5{,}25$$

В данном случае квантиль распределения Стьюдента со степенью свободы f=n-1=4 равен $t_{1-p/2} = 2,78$ (табличное значение, [4]).

Среднее стандартное (среднеквадратичное) отклонение рассчитываем по формуле (6):

$$S=\sqrt{\frac{(4,75-5,25)^2+(5,7-5,25)^2+(5,3-5,25)^2+(5,4-5,25)^2+(5,1-5,25)^2}{5-1}}=0,3536$$

Двусторонний симметричный доверительный интервал для математического ожидания рассчитывается по формуле (5):

$$5,25-\frac{2,78}{2,23}0,3536\le m_x\le 5,25+\frac{2,78}{2,23}0,3536,$$

$$4,81\le m_x\le 5,69$$

Оценка дисперсии

Точечная оценка дисперсии σ^2 и стандартного отклонения σ генеральной совокупности определяется по формулам (6):

$$y^2=S^2=\frac{\sum(x_k-\bar{x})^2}{n-1}=0,3536^2=0,125$$

Определим квантили χ^2 распределения с $f=n-1=4$ (степени свободы уровня $1-p/2=1-0.05/2=0,975$ и $p/2=0,025$ соответственно [4]):

$$ч^2_{1-p/2}=(0,975-0,95)(\frac{11,668-9,488}{0,98-0,95})+9,488=11,305$$

$$ч^2_{p/2}=(0,025-0,02)(\frac{0,711-0,429}{0,05-0,02})+0,429=0,476$$

Двусторонний доверительный интервал для дисперсии σ^2:

$$\frac{0,5}{11,306}\le y^2\le\frac{0,5}{0,476},$$

$$0,044\le y^2\le 1,05$$

Сравнение дисперсий.

Сравним значения дисперсий двух выборок:

1) для пластификатора ТЭА - 4.75, 5.7, 5.3, 5.4, 5.1;

2) для пластификатора ЭГ — 4.7, 4.1, 3.7, 4.5, 3.5;

Таблица 3 – Данные для сравнения дисперсий

	Первая выборка	Вторая выборка
1.Объем выборки n 2. Среднее значение 2.Дисперсия S^2 3.Степень свободы f	n_1=5. $\bar{x}_1$ =5,25 S_1^2 = 0,125. f_1=4.	n_2=5. $\bar{x}_2$ =4,1 S_2^2 = 0,26. f_2=4.

Табличное значение критерия Фишера для $f_1=n_1-1=4$ и $f_2=n_2-1=4$ и $p=0,05$ $F_{1-0,05/2}(f_2,f_1)= 9,605$ [1].

$$\frac{S_1^2}{S_2^2}=\frac{0{,}125}{0{,}26}>\frac{1}{F_{1-p/2}(f_2,f_1)}=\frac{1}{9{,}605},$$

следовательно, дисперсии двух указанных выборок можно считать одинаковыми.

Сравнение средних.

Сравним значения средних двух выборок:

1) для пластификатора ТЭА - 4.75, 5.7, 5.3, 5.4, 5.1;

2) для пластификатора ЭГ — 4.7, 4.1, 3.7, 4.5, 3.5;

Таблица 4 - Данные для сравнения средних

	Первая выборка	Вторая выборка
1.Объем выборки n 2. Среднее значение 2.Дисперсия S^2 3.Степень свободы f	n_1=5. $\bar{x}_1$ =5,25 S_1^2 = 0,125. f_1=4.	n_2=5. $\bar{x}_2$ =4,1 S_2^2 = 0,26. f_2=4.

Для сравнения двух средних применим приближенный критерий

$$|\bar{x}-\bar{y}|\le T.$$

$$v_1 = S_1^2/n_1 = 0{,}125/5 = 0{,}025,$$

$$v_2 = S_2^2/n_2 = 0{,}26/5 = 0{,}052.$$

Табличное значение критерия Стьюдента [4] для степени свободы $f=4$ и уровни значимости $p=0,05$: $t_{1-0,05/2}(4)=2,776$

$$T=\frac{0{,}025\cdot 2{,}776+0{,}052\cdot 2{,}776}{\sqrt{0{,}025+0{,}052}}=0{,}77,$$

$$|5{,}25-4{,}1|>0{,}77$$

следовательно, предположение о том, что средние значения двух указанных выборок можно считать одинаковыми, отвергается.

Сравнение трех дисперсий.

Сравним значения дисперсий трех выборок: для ТЭА - 4.75, 5.7, 5.3, 5.4, 5.1; для ЭГ 4.7, 4.1, 3.7, 4.5, 3.5; для ДБС — 6.6, 6.5, 6.7, 6.9, 7,3.

Таблица 5 – Данные для сравнения трех дисперсий

	Первая выборка	Вторая выборка	Третья выборка
1.Объем выборки n 2.Дисперсия S^2 3.Степень свободы f	n_1=5. S_1^2 = 0,125. f_1=4.	n_2=5. S_2^2 = 0,26. f_2=4.	n_3=5. S_3^2 = 0,1. f_3=4.

Проведем сравнение дисперсий, используя критерий Бартлета (9):

$$f = \sum f_i = 4 + 4 + 4 = 12;$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i S_i}{f} = \frac{4 \cdot 0{,}125 + 4 \cdot 0{,}26 + 4 \cdot 0{,}1}{12} = 0{,}162.$$

$$B = 2{,}303(12 \cdot lg(0{,}162) - (4 \cdot lg(0{,}125) + 4 \cdot lg(0{,}26) + 4 \cdot lg(0{,}1)) = 1{,}074;$$

$$C = 1 + \frac{1}{3(3-1)}((\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) - \frac{1}{12}) = 1{,}11.$$

Для уровня значимости р=0,05 $ч^2_{1-p}$=6 [1]:

$$\frac{1{,}074}{1{,}111} = 0{,}97 < ч^2_{1-p} = 6$$

Расчетное значение меньше табличного значения критерия, следовательно, можно утверждать, что дисперсии данных выборок равны.

3. Порядок выполнения работы

1.Подготовить экспериментальные данные и получить допуск на проведение лабораторной работы у преподавателя.

2.Произвести оценку данных, определить нормальность распределения заданных выборок графическим методом и по критерию Колмогорова.

3. Оценить однородность выборки. При обнаружении неоднородных значений, исключить их из выборки, произвести повторный расчет.

4. Для заданных выборок произвести оценку математического ожидания, определить двусторонний доверительный интервал с заданным уровнем вероятности.

5.Для выборок произвести оценку дисперсии, определить двусторонний доверительный интервал.

6. Сравнить дисперсии и средние двух выборок. Результаты записать в протокол лабораторной работы.

7. Сравнить дисперсии трех выборок. Результаты занести в протокол.

4.Контрольные вопросы.

1.Какие методы проверки отклонения распределения случайной величины от нормального распределения вы знаете?

2.В каких случаях используется для проверки нулевой гипотезы графический метод?

3.Как выполняется точечная оценка математического ожидания и дисперсии для выборки, подчиненной нормальному распределению.

3.С помощью какого критерия можно сравнить значения средних двух и более выборок?

4. Каким образом можно проверить наличие грубых ошибок при измерении экспериментальных данных?

5.Как производится сравнение дисперсий двух либо более выборок?

5.Список рекомендуемой литературы

1.Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Методы оптимизации эксперимента химической технологии: Учеб. пособие для хим. – технол. спец. вузов. – 2-е изд.,перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1985.-327 с.

2.ГОСТ Р ИСО 5479-2002 Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения.

3. Математическая статистика: Учеб. для вузов/В.Б.Горияновс, И.В. Павлов, Г.М. Цветкова и др.; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001. – 424 с.

4.ГОСТ Р 50779.21-2004. Статистические методы. Правила определения и методы расчета статистических характеристик по выборочным данным. Часть1. Нормальное распределение.

Алексей Николаевич **Гайдадин**
Светлана Анатольевна **Ефремова**
Наталья Николаевна **Бакумова**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ
Методические указания к лабораторной работе

Редактор

Темплан изданий 2008 г., поз. № 17.
Формат 60x84 1/16.
Бумага газетная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,0.
Подписано в печать Заказ № .

Волгоградский государственный технический университет.
400131, г. Волгоград, пр. им. В. И. Ленина, 28.

РИО РПК «Политехник»
Волгоградского государственного технического университета.
400131, г. Волгоград, ул. Советская, 35.